EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* ….021**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale şi protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea ştiințe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea ştiințe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}i\right)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $D(4,5)$ la punctul $E(6,7)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\cos x$,dacă $\sin x=\frac{1}{2}$, $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

(4p) **d)** Să se arate că punctele $L(1,2)$, $M(2,3)$ şi $N(3,4)$ sunt coliniare.

(2p) **e)** Să se calculeze perimetrul unui pătrat cu aria 100 .

(2p) **f)** Să se determine ipotenuza unui triunghi dreptunghic cu catetele 5 şi 12.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se verifice identitatea $\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$, $\forall\, x>0$

(3p) **b)** Să se arate că $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{9\cdot 10}<1$

(3p) **c)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $x\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $\frac{2}{2x-1}\in\mathbf{Z}$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+3^x=12$. .

(3p) **e)** Să se calculeze produsul rădăcinilor complexe ale polinomului $f=X^4-X^2-20$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+2^{-x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **e)** Să se rezolve ecuația $f(x)=2^{-2x}+x$, $x\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărele complexe $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$, $\overline{\omega} = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ şi mulțimile

$\mathbf{Z}[\omega] = \{a + b\omega \mid a,b \in \mathbf{Z}\}$şi $H = \{1, \omega, \omega^2, ..., \omega^5\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\omega^2 = \omega - 1$.

(4p) **b)** Să se arate că $\omega^3 = -1$ şi $\omega^6 = 1$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\omega + \overline{\omega}$ şi $\omega \cdot \overline{\omega}$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n \in \mathbf{N}^*$şi $\omega^n = 1$, atunci 6 divide pe n.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $u, v \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $u + v \in \mathbf{Z}[\omega]$ şi $u \cdot v \in \mathbf{Z}[\omega]$.

(2p) **f)** Să se arate că $H \subset \mathbf{Z}[\omega]$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea $\{z \in \mathbf{Z}[\omega] \mid \exists y \in \mathbf{Z}[\omega], astfel\ \hat{i}nc\hat{a}t\ y \cdot z = 1\}$ conține cel puțin 6 elemente.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = ln(1 + x^2)$ şi $g(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$.

(4p) **a)** Să se arate că $f'(x) = g(x), \quad \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ şi strict crescătoare pe $[0, \infty)$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to \infty} g(x)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$

(2p) **f)** Să se arate că graficul funcției f nu admite asimptotă către $+\infty$.

(2p) **g)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f(x) + f(2x) = 0$.